Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische Welten und Multi-Kategorien

1. Nach Peirce wird das Zeichen bekanntlich als

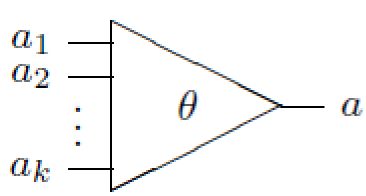
ZR = (M, O, I)

definiert, wobei hier M, O und I allein als Relationen aufgefasst werden, obwohl z.B. Walther (1979, S. 56) ausdrücklich vom M-Repertoire, vom O-Bereich und vom I-Feld spricht: Man erwartet in diesem Fall allerdings

ZR* = ({M}, {O}, {I}},

worin also die Relationen in natürlicher Weise als Mengen definiert sind. Erst mittels ZR* ist es z.B. möglich, eine semiotisch-modelltheoretische Erfüllungs-relation zu definieren, d.h. etwa zu entscheiden, ob „pluplubasch“ (H. Ball) ein Wort des Repertoires der deutschen Sprache ist oder nicht, ob eine Komposition wie „Rothändle-Schleswig-Holstein“ (G. Fanselow) im Objektbereich der deutschen Sprache definiert ist und etwa der Satz „Grüne Idee schlafen wütend“ (N. Chomsky) im Interpretantenfeld der deutschen Sprache zugelassen ist oder nicht.

2. Auf der Basis von ZR* können wir aber die einfachen 1-Kategorien, wie sie von Bense (1981, S. 124 ff.) in die Semiotik eingeführt worden waren, vergessen, denn es handelt sich bei ZR* in allen drei Bezüge, d.h. Relata, ja um die Abbildungen von Objekten mit mehr als 1 Element, d.h. um die Relevanz des folgenden Modells einer Multi-Kategorie aus Leinster (2003, S. vi):



und also nicht um ein Modell wie

$X \rightarrow_{\{\alpha,\beta\}} Y$ (mit $X, Y \in \{1, 2, 3\}$)

Entsprechend benötigen wir neue Morphismen, allgemein:

- f_1 is a morphism from $X_{1,1}$, $X_{1,2}$, ..., and $X_{1,n}$ to Y_1;
- f_2 is a morphism from $X_{2,1}$, $X_{2,2}$, ..., and $X_{2,n}$ to Y_2;
- ...;
- f_m is a morphism from $X_{m,1}$, $X_{m,2}$, ..., and $X_{m,n}$ to Y_m; and
- g is a morphism from Y_1, Y_2, ..., and Y_m to Z:

Wir können sie im Anschluss an die bisherige semiotische Tradition als α ($1\rightarrow2$) und β ($2\rightarrow3$) bezeichnen, entsprechend ihre Konversen und Kompositionen (α^o, β^o, $\beta\alpha$, $\alpha^o\beta^o$), die dann als α_1, α_2, α_3, ..., α_n; β_1, β_2, β_3, ..., β_n, usw. erscheinen. Damit wird es möglich, mittels Multi-Kategorien ontologische Überkreuzrelationen zu berechnen, z.B.

$ZR = \{M_2, O_{25}, I_{37}\}$.

Will man die Mengen-Relationen-Schreibung aufgeben, kann man sich des in Toth (2010) präsentierten rein zahlentheoretischen Verfahrens bedienen, das von folgender Zeichendefinition ausgeht:

$ZR+ = (X, Y, Z) = (X, \sigma X, \sigma\sigma X) := \{\{3, ..., n\}, \{2, ..., m\}, \{1, ..., o\}\} =$

$ZR+ = \{\{3, ..., n\}, \{2, ..., m\}, \{1, ..., o\}\} = \{\mathbb{N}\backslash\{1,2\}, \mathbb{N}\backslash\{1\}, \mathbb{N}\}$.

Damit ist

$ZR = \{M_2, O_{25}, I_{37}\} = ZR+ = \{\{3, 4\}, \{2, 3, 4, ..., 26\}, \{1, ..., 37\}\}$, d.h.

$$\begin{pmatrix} [\varnothing, \varnothing, 3, 4] \\ [\varnothing, 2, 3, 4, \ldots\ldots, 26] \\ [1, 2, 3, 4, \ldots\ldots, 26 \ldots\ldots, 37] \end{pmatrix}$$

Dabei werden also von

$\{M_n\} \to \mathbb{N}$ Repertoirielle Mittel auf die natürlichen Zahlen

$\{O_m\} \to \{\mathbb{N} \setminus \{1\}\}$ Objekte aus Bereichen auf die natürlichen Zahlen ohne 1

$\{I_o\} \to$ Interpretanten aus Feldern auf die natürlichen Zahlen ohne 1, 2

also in mehrere Ontologien abgebildet.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Leinster, Tom, Higher Operads, higher Categories. Glasgow 2003

Toth, Alfred; Multi-Kategorien und Operaden in der Semiotik? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

23.6.2010